محاضرة (5)

ثانيا : التكرار في كل خلية يعبر عن عدد الخريجين الذين ينتمون لقسم معين و يعملون في مهنة معينة، أي يعبر عن عدد تكرارات حوادث التقاطع الممكنة $A \cap B$.

1 -حساب احتمال أن يكون من خريجي قسم الاقتصاد و يعمل بالقطاع الخاص .

$$P(B_1 \cap A_2) = \frac{f(B_1 \cap A_2)}{n} = \frac{5}{100} = 0.05$$

2 حساب احتمال أن يكون ممن يعملون بالحكومة أو من خريجي قسم علوم الأغذية .

$$P(A_1 \cup B_2) = p(A_1) + P(B_2) - P(A_1 \cap B_2)$$
$$= \frac{35}{100} + \frac{35}{100} - \frac{8}{100} = \frac{62}{100} = 0.62$$

3 حساب احتمال أن يكون من خريجي قسم علوم الأغذية أو من قسم علوم التربة . هذان حادثان متنافيان، لأن تخرج الفرد من أحد الأقسام ينفي تخرجه من الأقسام الآخرى، وبمعنى آخر استحالة أن الفرد تخرج من قسمين في آن واحد، لذا يكون احتمال اتحادهما هو :

$$P(B_2 \cup B_3) = p(B_2) + P(B_3)$$
$$= \frac{35}{100} + \frac{35}{100} = \frac{70}{100} = 0.70$$

4 إذا علم أن الفرد من خريجي قسم عوم الأغذية، ما احتمال أن يكون ممن يعملون عملا حرا، هذا احتمال شرطي، المطلوب هنا " حساب احتمال أن الفرد ممن يعملون عملا حرا A_3 بشرط أنه من خريجي قسم علوم أغذية B_2 ، أي أن الاحتمال المطلوب هو :

$$p(A_3 \mid B_2) = \frac{p(A_3 \cap B_2)}{p(B_2)} = \frac{\left(\frac{10}{100}\right)}{\left(\frac{35}{100}\right)} = \frac{10}{35}$$

واجب منزلي :

الجدول التالي يبين عدد الوحدات السليمة، والتالفة من الخبز العربي بعد ثلاث أيام من تاريخ الإنتاج في أحد مراكز التموين التي تتعامل مع ثلاث مخابز هي : (C ,)

. B , A)

	عدد الوحدات السليمة	عدد الوحدات التالفة	الإجمالي
مخبز A	36	24	60
مخبز B	60	63	123
مخبز C	54	33	87
الإجمالي	150	120	270

إذا اختيرت وحدة من الخبز بطريقة عشوائية، فأوجد الآتي :

1 ما احتمال أن تكون من إنتاج المخبز *B* ؟

2 ما احتمال أن تكون تالفة ؟

3 إذا كانت الوحدة سليمة ، ما احتمال أن تكون من إنتاج المخبز *C* ؟

4 ما احتمال أن تكون الوحدة من إنتاج المخبز *A* أو تكون تالفة ؟

5 إذا كانت الوحدة من إنتاج المخبز *A*، ما احتمال أن تكون تالفة ؟

- **قانون ضرب الاحتمالات** Probability Multiplying Law

ويعكس هذا القانون احتمال وقوع الأحداث معا، أي احتمال التقاطعات، فإذا كان *B* , *A* ، حادثان يمكن وقوعهما معا، فإن الاحتمال $P(A\cap B)$ يمكن حسابه كحاصل ضرب احتمالين، هما :

$$P(A\cap B) = P(B)\ P(A|B) \quad \text{or} \quad P(A\cap B) = P(A)\ P(B|A) \qquad (8-7)$$

مثال (7-4)

إذا كانت نسبة مزارع الخضروات التي تستخدم أسلوب معين للتسميد 60%، وإذا كان نسبة المبيعات من إنتاج الخضروات المسمد 70%، بينما نسبة المبيعات من الخضروات غير المسمدة 80%، إذا اختيرت أحد المزارع التي تنتج الخضروات عشوائيا ، فأوجد الآتي :

1 ما احتمال أن هذه المزرعة تستخدم أسلوب التسميد؟

2 إذا علم أن هذه المزرعة تستخدم أسلوب التسميد، ما احتمال أن تبيع إنتاجها؟

3 ما احتمال أن هذه المزرعة تستخدم أسلوب التسميد وتبيع إنتاجها؟

4 ما احتم ال أن هذه المزرعة ممن لا يستخدمون أسلوب التسميد و تبيع إنتاجها؟

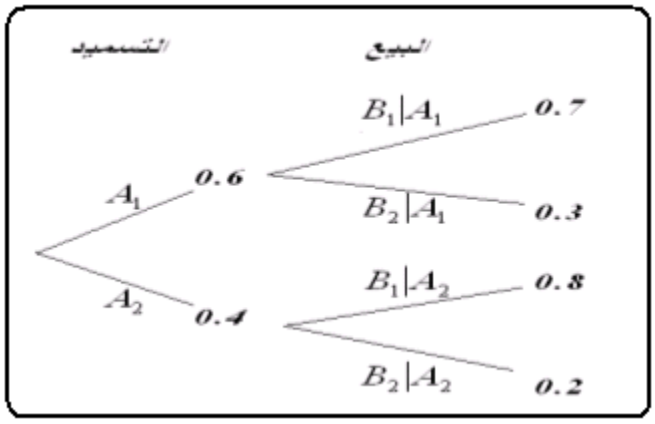
الحل

إذا فحصنا حال المزرعة المسحوبة، نجد أننا نتعامل مع نتيجتين متعاقبتين هما :

النتيجة الأولي ولها حالتان : {المزرعة تستخدم طريقة التسميد *(A_1)* أو المزرعة لا تستخدم *(A_2)* }

النتيجة الثانية ولها حالتان : { المزرعة تبيع الإنتاج *(B_1)*، أو المزرعة لا تبيع الإنتاج *(B_2)* }

لذا يمكن استنتاج شجرة الاحتمالات للحصول على النتائج الكلية كالتالي :



وفيما يلي حساب الاحتمالات :

1 احتمال أن المزرعة تستخدم أسلوب التسميد هو :

$$P(A_1) = 0.6$$

2 إذا علم أن هذه المزرعة تستخدم أسلوب التسميد، فإن احتمال أن تبيع إنتاجهاهو :

$$P(B_1|A_1) = 0.7$$

3 احتمال أن هذه المزرعة تستخدم أسلوب التسميد وتبيع إنتاجها عبارة عن احتمال وقوع حادثتان معا *(B_1 and A_1)*، لذا يحسب هذا الاحتمال بتطبيق المعادلة (7-8) كما يلي :

$$P(A_1 \cap B_1) = P(A_1)\ \ P(B_1|A_1)$$
$$= (0.6)(0.7) = 0.42$$

4 احتمال أن المزرعة لا تستخدم أسلوب التسميد وتبيع إنتاجها هو :

$$P(A_2 \cap B_1) = P(A_2)\ \ P(B_1|A_2)$$
$$= (0.4)(0.8) = 0.32$$

- **الأحداث المستقلة** Independent Events

إذا كانت الحادثتان A , B يمكن وقوعهما معا، ولكن وقوع أحدهما ليس له علاقة بوقوع أو عدم وقوع الحادث الآخر، فإن الاحتمال $P(A \cap B)$ يمكن التعبير عنه كالتالي :

$$P(A \cap B) = P(A)\ P(B) \qquad (٩-٧)$$

وفي هذه الحالة يقال أن الحاثتان A , B مستقلتان .

مثـال (7-5)

إذا كان نسبة المزارع التي تنتج خضروات 60% ، ونسبة المزارع التي تنتج فاكهه 75%، ونسبة المزارع التي تنتج الخضروات و الفاكهة 50%، أوجد الآتي :

1 ما احتمال أن مزرعة ما تنتج فاكهة أو خضروات؟

2 ما احتمال ألا تنتج المزرعة الفاكهة ؟

3 هل انتاج المزرعة للفاكهة مستقل عن إنتاجها للخضروات؟

الحل :

بفرض أن A حادث يعبر عن "المزرعة تنتج خضروات "، B هو حادث يعبر عن " المزرعة تنتج فاكهة "، فإن :

$$P(A) = 0.6\ ,\ \ P(B) = 0.75\ ,\ \ P(A \cap B) = 0.5$$

ويكون :

1 احتمال أن مزرعة ما تنتج فاكهة أو خضروات هو :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= (0.6) + (0.75) - 0.5 = 0.85$$

2 احتمال ألا تنتج المزرعة الفاكهة هو :

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.75 = 0.25$$

3 لمعرفة ما إذا كان إنتاج المزرعة للفاكهة مستقل عن إنتاجها للخضروات يمكن تطبيق المعادلة (7-9)

$$P(A \cap B) = 0.5 \quad , \quad P(A)\ P(B) = (0.6)(0.75) = 0.45$$

وحيث أن : $P(A \cap B) \neq P(A)\ P(B)$ **، فإن إنتاج المزرعة للفاكهة** *(A)*، **غير مستقل عن إنتاجها للخضروات** *(B)*.

مثـال (7-6)

إذا كان الحادثان A , B **حادثان مستقلان ، وكان** $P(A) = 0.6 \ , \ P(B) = 0.5$ ، **فأوجد الاحتمال** $P(A \cup B)$.

الحـل :

بما أن الحادثان A, B **مستقلان، إذا :**

$$P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$$
$$= (0.6)(0.5) = 0.3$$

ويكون احتمال $P(A \cup B)$ **هو :**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= 0.6 + 0.5 - 0.3 = 0.8$$